

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Simulare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I.FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Határozza meg az (a, b) valós számpárt, amelyre $\frac{3+i}{3-i} = a + bi$, ahol $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Adottak az $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + m = 0\}$ és $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + mx + 1 = 0\}$ halmazok. Határozza meg az $m \in \mathbb{R}$ számot, ha tudjuk, hogy $A \cap B = \{1\}$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $2 + \sqrt{2-x} = 3x$ egyenletet.
- 5p** 4. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz részhalmazai közül kiválasztva egy halmazt, az tartalmazza a 2-es számot.
- 5p** 5. Az ABC háromszögben $AB = 3$ és $AC = 5$. Ha M a BC oldal felezőpontja, számolja ki $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- 5p** 6. Ha $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ és $\operatorname{tg} x = -3$, számolja ki $\sin 2x + \cos 4x$.

II.FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 0 \\ 0 & (1-x)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(4)) = -27$.
- 5p** b) Bizonyítsa be, hogy $A(x) \cdot A(y) = A(x + y - xy)$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Számítsa ki $A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdot \dots \cdot A(2026)$.
2. Az $\mathbb{R}$ halmazon értelmezzük a következő műveletet: $x \circ y = 2xy + 3x - y$.
- 5p** a) Oldja meg a következő egyenletet: $(x + 1) \circ x = 9, x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Igazolja, hogy a művelet nem asszociatív.
- 5p** c) Adjon példát két olyan $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ számra, amelyre $a \circ b \in \mathbb{Z}$.

III.FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, bármely $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^x$ határértéket.
- 5p** c) Határozza meg az $a, a \in \mathbb{R}$ értékeit úgy, hogy az $f(x) = a$ egyenletnek pontosan két valós megoldása legyen.

2. Adottak a következő függvények:

$$f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x + \frac{x-2}{x}$$

$$F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = e^x + x - \ln x^2.$$

- 5p a) Igazolja, hogy az F függvény egy primitív függvénye az f függvénynek.
5p b) Igazolja, hogy az f függvény bármely primitív függvénye konvex.
5p c) Számítsa ki: $\int (x f(x) + F(x)) dx$.